20 **1.** Pour établir l'équation correspondant à la représentation graphique fournie, on écrit :

$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot \boldsymbol{N(t)}$: c'est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants du type $y' = a \cdot y$. Sa résolution donne $y(x) = K \cdot e^{a \cdot x}$.

On en déduit que $N(t) = K \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

Comme à $t = 0$ s, $N(0) = N_0$ alors $K = N_0$ et $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

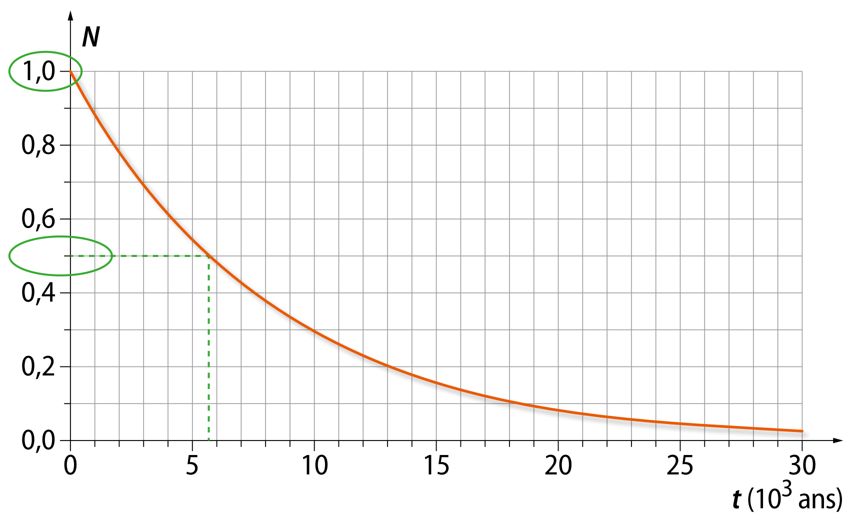
2. a. Le temps de demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés.

b. À l'instant initial, il y a N_0 noyaux dans l'échantillon radioactif (ici, $N_0 = 1{,}0$).

Lorsqu'il n'en restera plus que la moitié, soit $\frac{N_0}{2}$ noyaux, il se sera écoulé une demi-vie, soit $t_{1/2}$ ans.

En appliquant la définition de temps de demi-vie et en utilisant les données, on déduit :

$$t_{1/2} = 5{,}7 \times 10^3 \text{ ans}$$



c. Il s'agit du carbone 14.

3. a. D'après la définition de la réponse **1**, on a : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$,

donc : $\frac{1}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln (e^{-\lambda \cdot t_{1/2}})$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\lambda \cdot t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

La relation entre le temps de demi-vie et la constante radioactive est : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

b. La constante radioactive s'écrit : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$, et s'exprime en s^{-1}.

AN : $\lambda = \frac{\ln 2}{5{,}7 \times 10^3 \times 3\,600 \times 24 \times 365{,}25}$ soit $\lambda = 3{,}9 \times 10^{-12}\ s^{-1}$.