32 **1.** $T_{amb} = -5$ °C

2. La solution générale de l'équation différentielle (qui découle de la loi de Newton) est :

$$T(t) = A \cdot e^{-\gamma \cdot t} + B$$

Quand t tend vers l'infini, $T = T_{amb}$, donc $B = T_{amb}$.
À $t = 0$ s, $T = T_0$ donc $T_0 = A + T_{amb}$, donc $A = T_0 - T_{amb}$.
Donc :

$$T(t) = (T_0 - T_{amb}) \cdot e^{-\gamma \cdot t} + T_{amb}$$

D'où l'expression de $T(t)$ en fonction de γ :

$$T(t) = (20 - (-5)) \cdot e^{-\gamma \cdot t} - 5$$

Donc $T(t) = 25e^{-\gamma \cdot t} - 5$.

3. a. À $t = 30$ min, $T(30) = 15 = 25e^{-30\gamma} - 5$.

Donc $25e^{-30\gamma} = 20$.

Donc $e^{-30\gamma} = \frac{4}{5}$.

Donc $-30\gamma = \ln \frac{4}{5}$.

Donc $\gamma = \frac{\ln \frac{5}{4}}{30}$.

b. On en déduit l'expression générale de $T(t)$:

$$T(t) = 25e^{-\frac{\ln \frac{5}{4}}{30} \cdot t} - 5$$

4. On cherche le temps t pour lequel on a $T(t) = 37$ °C.

$25e^{-\frac{\ln \frac{5}{4}}{30} \cdot t} - 5 = 37$ soit $25e^{-\frac{\ln \frac{5}{4}}{30} \cdot t} = 42$ soit $e^{-\frac{\ln \frac{5}{4}}{30} \cdot t} = \frac{42}{25}$:

D'où $-\frac{\ln \frac{5}{4}}{30} \cdot t = \ln \frac{42}{25}$

$$t = -30 \times \frac{\ln \frac{42}{25}}{\ln \frac{5}{4}} = -70 \text{ min} = -1 \text{ h } 10$$

On en déduit l'heure du crime : 2 h 20 – 1 h 10 = 1 h 10 du matin.