35 Démarche experte

Voir démarche avancée : le modèle de la chute libre n'est pas adapté car il faut prendre en compte l'action de l'air.

Démarche avancée

1. D'après la deuxième loi de Newton :

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}_0 \text{ d'où } \vec{a} = \vec{g}_0 = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g_0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

2. Puisque $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t + k_2 \end{cases}$$ où k_1 et k_2 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux constantes par identification de deux termes égaux : $\vec{v}(0) = \vec{v}_T$

D'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_T \cdot \cos\alpha \\ v_y(0) = -g_0 \times 0 + k_2 = -v_T \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Soit :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_T \cdot \cos\alpha \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t - v_T \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

De même, comme $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{TG}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale T à $t = 0$ s, les équations horaires de la position s'écrivent :

$$\overrightarrow{TG}(t) \begin{cases} x(t) = v_T \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g_0 \cdot t^2 - v_T \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

3. Par substitution de la variable $t = \dfrac{x}{v_T \cdot \cos\alpha}$ dans l'expression de $y(t)$, on obtient l'équation de la trajectoire :

$$y(x) = \frac{-g_0}{2} \cdot \left(\frac{x}{v_T \cdot \cos\alpha}\right)^2 - v_T \cdot \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_T \cdot \cos\alpha}$$

$$= \frac{-g_0}{2v_T^2 \cdot \cos^2\alpha} x^2 - \tan\alpha \cdot x$$

$$y(x) = \frac{-9{,}81}{2 \times \left(\dfrac{83{,}3}{3{,}6}\right)^2 \times (\cos 11°)^2} x^2 - \tan 11° \cdot x = -9{,}5 \times 10^{-3} x^2 - 1{,}9 \times 10^{-1} x$$

4. a. La piste a pour équation $y = -0{,}59x$. Le point L d'abscisse x_L appartient à la fois à la piste et à la trajectoire du sauteur donc :

$-0{,}59x_L = -9{,}5 \times 10^{-3}x_L{}^2 - 1{,}9 \times 10^{-1}x_L$

Soit : $9{,}5 \times 10^{-3}x_L{}^2 + 1{,}9 \times 10^{-1}x_L - 0{,}59\,x_L = 9{,}5 \times 10^{-3}x_L{}^2 - 0{,}40\,x_L = 0$

Cette égalité est vérifiée si $x_L = 0$ ou si $9{,}5 \times 10^{-3}\,x_L - 0{,}40 = 0$, soit $x_L = 42$ m.

b. Le modèle théorique indique que l'abscisse du point d'atterrissage est très inférieure à l'abscisse réelle, égale à 97 m. L'air a probablement exercé une action motrice de poussée grâce au vent.