20 **1.** On néglige l'action de l'air sur le système.

D'après la deuxième loi de Newton, $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}_0$ d'où $\vec{a} = \vec{g}_0$.

Dans le repère orthonormé (O ; x, y), $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = -g_0 \end{cases}$

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t + k_2 \end{cases} \quad \text{où } k_1 \text{ et } k_2 \text{ sont des constantes.}$$

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux constantes par identification de deux termes égaux :

$$\vec{v}(0) = \vec{v}_0 \;\text{ d'où } \begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(0) = -g_0 \times 0 + k_2 = v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Soit :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

De même, puisque $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale O, il vient :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = -\dfrac{g_0}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

2. Par substitution de la variable $t = \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$ dans l'expression de $y(t)$, on obtient l'équation de la trajectoire :

$$y(x) = \frac{-g_0}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

3. On suppose que le ballon est récupéré au niveau du sol. Le ballon touche le sol à l'instant t_f pour lequel $y(t_f) = 0$, soit $-\dfrac{g_0}{2} {t_f}^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_f = 0$ d'où :

$$t_f = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g_0} \text{ soit } t_f = \frac{2 \times 10{,}0 \times \sin 60°}{9{,}8} = 1{,}8 \text{ s.}$$